

1

$p = x - cy$, where $c = \frac{\langle x, y \rangle}{\|y\|^2}$ is a scalar

y and p are orthogonal if $\langle p, y \rangle = 0$

$$\langle p, y \rangle = \langle x - cy, y \rangle = \langle x, y \rangle - \langle cy, y \rangle = \langle x, y \rangle - c \langle y, y \rangle$$

$$= \langle x, y \rangle - c \|y\|^2 = \langle x, y \rangle - \left(\frac{\langle x, y \rangle}{\|y\|^2} \right) \|y\|^2 = 0$$